

<i>élément absorbant et</i>	$\mathcal{A} \wedge \text{faux} \Leftrightarrow \text{faux}$	(LP-1)
<i>élément absorbant ou</i>	$\mathcal{A} \vee \text{vrai} \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-2)
<i>élément neutre et</i>	$\mathcal{A} \wedge \text{vrai} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-3)
<i>élément neutre ou</i>	$\mathcal{A} \vee \text{faux} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-4)
<i>idempotence et</i>	$\mathcal{A} \wedge \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-5)
<i>idempotence ou</i>	$\mathcal{A} \vee \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-6)
<i>commutativité et</i>	$\mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{B} \wedge \mathcal{A}$	(LP-7)
<i>commutativité ou</i>	$\mathcal{A} \vee \mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{B} \vee \mathcal{A}$	(LP-8)
<i>associativité et</i>	$\mathcal{A} \wedge (\mathcal{B} \wedge \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \wedge \mathcal{C}$	(LP-9)
<i>associativité ou</i>	$\mathcal{A} \vee (\mathcal{B} \vee \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \vee \mathcal{C}$	(LP-10)
<i>distributivité et sur ou</i>	$\mathcal{A} \wedge (\mathcal{B} \vee \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee (\mathcal{A} \wedge \mathcal{C})$	(LP-11)
<i>distributivité ou sur et</i>	$\mathcal{A} \vee (\mathcal{B} \wedge \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{A} \vee \mathcal{C})$	(LP-12)
<i>absorbtion et sur ou</i>	$\mathcal{A} \wedge (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-13)
<i>absorbtion ou sur et</i>	$\mathcal{A} \vee (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-14)
<i>absorbtion et avec négation</i>	$\mathcal{A} \wedge (\neg \mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}$	(LP-15)
<i>absorbtion ou avec négation</i>	$\mathcal{A} \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A} \vee \mathcal{B}$	(LP-16)
<i>De Morgan négation et</i>	$\neg(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow \neg \mathcal{A} \vee \neg \mathcal{B}$	(LP-17)
<i>De Morgan négation ou</i>	$\neg(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow \neg \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B}$	(LP-18)
<i>contradiction</i>	$\mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \text{faux}$	(LP-19)
<i>tiers exclu</i>	$\mathcal{A} \vee \neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-20)
<i>involution</i>	$\neg \neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-21)

Table 1.3: Lois de \wedge , \vee et \neg

<i>implication comme disjonction</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \Leftrightarrow \neg \mathcal{A} \vee \mathcal{B}$	(LP-22)
<i>implication comme tiers exclu</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{A} \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-23)
<i>implication comme négation et</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \Leftrightarrow \neg(\mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B})$	(LP-24)
<i>négation implication</i>	$\neg(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B}$	(LP-25)
<i>Contraposée</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B} \Leftrightarrow \neg \mathcal{B} \Rightarrow \neg \mathcal{A}$	(LP-26)
<i>implication divers 1</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \text{vrai} \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-27)
<i>implication divers 2</i>	$\text{vrai} \Rightarrow \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-28)
<i>implication divers 3</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \text{faux} \Leftrightarrow \neg \mathcal{A}$	(LP-29)
<i>implication divers 4</i>	$\text{faux} \Rightarrow \mathcal{A} \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-30)
<i>implication divers 5</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow \neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \neg \mathcal{A}$	(LP-31)
<i>implication divers 6</i>	$\neg \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-32)
<i>distributivité implication et gauche</i>	$\mathcal{C} \Rightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{C} \Rightarrow \mathcal{A}) \wedge (\mathcal{C} \Rightarrow \mathcal{B})$	(LP-33)
<i>distributivité implication ou gauche</i>	$\mathcal{C} \Rightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{C} \Rightarrow \mathcal{A}) \vee (\mathcal{C} \Rightarrow \mathcal{B})$	(LP-34)
<i>distributivité implication et droite</i>	$(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \vee (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})$	(LP-35)
<i>distributivité implication ou droite</i>	$(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \wedge (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})$	(LP-36)
<i>implication conjonction</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C}$	(LP-37)
<i>implication conjonction</i>	$\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C}) \Leftrightarrow \mathcal{B} \Rightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C})$	(LP-38)
<i>définition par cas</i>	$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \wedge (\neg \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \mathcal{C})$	(LP-39)

Table 1.4: Lois de \Rightarrow

<i>équivalence comme implication</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A})$	(LP-40)
<i>équivalence comme ou</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \vee \neg(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$	(LP-41)
<i>équivalence comme négation</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \neg \mathcal{B})$	(LP-42)
<i>commutativité de l'équivalence</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{A})$	(LP-43)
<i>associativité de l'équivalence</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow (\mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{C})) \Leftrightarrow ((\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{C})$	(LP-44)
<i>équivalence divers 1</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{A}) \Leftrightarrow \text{vrai}$	(LP-45)
<i>équivalence divers 2</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \neg \mathcal{A}) \Leftrightarrow \text{faux}$	(LP-46)
<i>équivalence divers 3</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \text{vrai}) \Leftrightarrow \mathcal{A}$	(LP-47)
<i>équivalence divers 4</i>	$(\mathcal{A} \Leftrightarrow \text{faux}) \Leftrightarrow \neg \mathcal{A}$	(LP-48)
<i>équivalence divers 5</i>	$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}))$	(LP-49)
<i>équivalence divers 6</i>	$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}))$	(LP-50)
<i>équivalence divers 7</i>	$(\mathcal{A} \vee (\mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{C})) \Leftrightarrow ((\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{C}))$	(LP-51)
<i>équivalence négation</i>	$\neg(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\neg \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B})$	(LP-52)

Table 1.5: Lois de \Leftrightarrow

<i>ou exclusif 2</i>	$\mathcal{A} \oplus \mathcal{B} \Leftrightarrow \neg(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B})$	(LP-53)
<i>ou exclusif 3</i>	$\mathcal{A} \oplus \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \wedge \neg(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$	(LP-54)
<i>ou exclusif 4</i>	$\mathcal{A} \oplus \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \wedge \neg \mathcal{B}) \vee (\neg \mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$	(LP-55)

Table 1.6: Lois de \oplus

<i>point univ</i>	$(\forall x \cdot x = t \Rightarrow \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{A}[x := t]$	(LPO-1)
<i>point exist</i>	$(\exists x \cdot x = t \wedge \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{A}[x := t]$	(LPO-2)
<i>point univ ensemble</i>	$(\forall x \cdot x \in \{t_1, \dots, t_n\} \Rightarrow \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{A}[x := t_1] \wedge \dots \wedge \mathcal{A}[x := t_n]$	(LPO-3)
<i>point existe ensemble</i>	$(\exists x \cdot x \in \{t_1, \dots, t_n\} \wedge \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{A}[x := t_1] \vee \dots \vee \mathcal{A}[x := t_n]$	(LPO-4)
<i>idempotence univ</i>	$(\forall x \cdot \forall x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \forall x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-5)
<i>idempotence exist</i>	$(\exists x \cdot \exists x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-6)
<i>permutation univ</i>	$(\forall x \cdot \forall y \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \forall y \cdot \forall x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-7)
<i>permutation exist</i>	$(\exists x \cdot \exists y \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \exists y \cdot \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-8)
<i>univ en exist</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \neg \exists x \cdot \neg \mathcal{A}$	(LPO-9)
<i>exist en univ</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \neg \forall x \cdot \neg \mathcal{A}$	(LPO-10)
<i>De Morgan univ</i>	$(\neg \forall x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \exists x \cdot \neg \mathcal{A}$	(LPO-11)
<i>De Morgan exist</i>	$(\neg \exists x \cdot \mathcal{A}) \Leftrightarrow \forall x \cdot \neg \mathcal{A}$	(LPO-12)
<i>distribution univ</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\forall x \cdot \mathcal{A}) \wedge (\forall x \cdot \mathcal{B})$	(LPO-13)
<i>distribution exist</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\exists x \cdot \mathcal{A}) \vee (\exists x \cdot \mathcal{B})$	(LPO-14)
<i>exist avec implication</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Leftrightarrow (\forall x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow (\exists x \cdot \mathcal{B})$	(LPO-15)

Table 1.8: Lois d'équivalence des formules du premier ordre

<i>univ exist</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-16)
<i>univ ou</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A}) \vee (\forall x \cdot \mathcal{B}) \Rightarrow \forall x \cdot \mathcal{A} \vee \mathcal{B}$	(LPO-17)
<i>univ avec implication</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow (\forall x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow (\forall x \cdot \mathcal{B})$	(LPO-18)
<i>exist avec et</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \Rightarrow (\exists x \cdot \mathcal{A}) \wedge (\exists x \cdot \mathcal{B})$	(LPO-19)
<i>exist avec ou</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow (\exists x \cdot \mathcal{B}) \Rightarrow \exists x \cdot \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$	(LPO-20)
<i>exist sur univ</i>	$(\exists x \cdot \forall y \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow \forall y \cdot \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-21)
<i>univ point</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow \mathcal{A}[x := t]$	(LPO-22)
<i>univ point</i>	$\mathcal{A}[x := t] \Rightarrow \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-23)

Table 1.9: Lois d'implication des formules du premier ordre

<i>déplacement univ et</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{N} \wedge \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \wedge \forall x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-24)
<i>déplacement univ ou</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{N} \vee \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \vee \forall x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-25)
<i>déplacement univ implication 1</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{N} \Rightarrow \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \Rightarrow \forall x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-26)
<i>déplacement univ implication 2</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{N}) \Leftrightarrow (\exists x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow \mathcal{N}$	(LPO-27)
<i>déplacement exist et</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{N} \wedge \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \wedge \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-28)
<i>déplacement exist ou</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{N} \vee \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \vee \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-29)
<i>déplacement exist implication 1</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{N} \Rightarrow \mathcal{A}) \Leftrightarrow \mathcal{N} \Rightarrow \exists x \cdot \mathcal{A}$	(LPO-30)
<i>déplacement exist implication 2</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{N}) \Leftrightarrow (\forall x \cdot \mathcal{A}) \Rightarrow \mathcal{N}$	(LPO-31)
<i>absorption exist</i>	$(\exists x \cdot \mathcal{N}) \Leftrightarrow \mathcal{N}$	(LPO-32)
<i>absorption univ</i>	$(\forall x \cdot \mathcal{N}) \Leftrightarrow \mathcal{N}$	(LPO-33)

Table 1.10: Lois de déplacement des quantificateurs

Ici, grand N est une expression qui n'a aucune variable libre (donc, x n'est pas libre dans N).