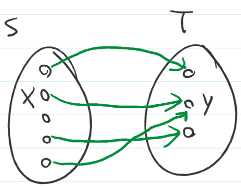
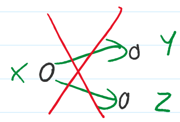
Fonction

20 février 2024 11:18

Une relation de S vers T est une fonction

si chaque $x \in S$ est en lien avec au plus un élément.
0 ou 1





$f \subseteq S \times T$ est une fonction si

$$\forall x \cdot (x \in S \Rightarrow \neg(\exists y \cdot \exists z \cdot (y \neq z \wedge (x,y) \in f \wedge (x,z) \in f)))$$

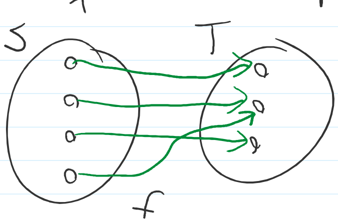
Si f est une fonction et $(x,y) \in f$
on peut écrire $f(x) = y$

Fonction totale, injective, surjective, bijective

Fonction totale

$S \rightarrow T$: ensemble des fcts totales

Chaque $x \in S$ pointe sur un $y \in T$

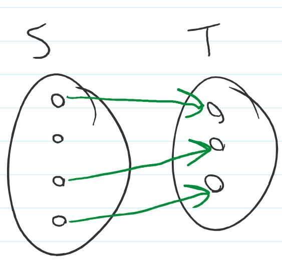


$$\forall x \cdot (x \in S \Rightarrow \exists y \cdot ((x,y) \in f))$$

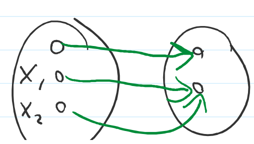
Fonction injective

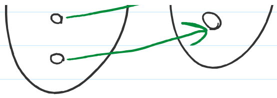
$S \rightarrowtail T$ ens. des fcts injectives

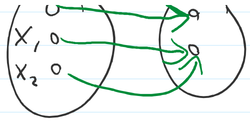
Il n'y a pas deux x_1, x_2 qui pointent sur le même y



Pas injectif







si $x_1 \neq x_2$, alors $f(x_1) \neq f(x_2)$

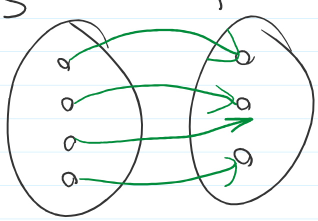
$$\forall x_1 \cdot \forall x_2 \cdot (x_1 \in S \wedge x_2 \in S \wedge (x_1, y) \in f \wedge (x_2, y) \in f \Rightarrow x_1 = x_2)$$

Fonction surjective

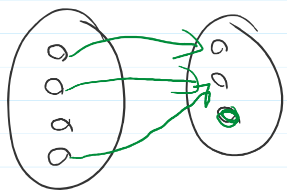
$S \twoheadrightarrow T$ fcts surjectives

Chaque $y \in T$ doit être "pointé"

S T



pas surjectif

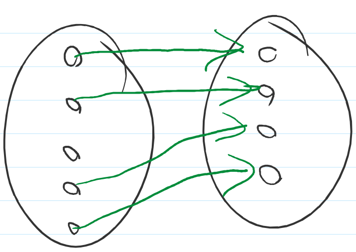


$$\forall y \cdot (y \in T \Rightarrow \exists x \cdot ((x, y) \in f))$$

Fonction bijective

$S \rightarrowtail\!\!\!\!\twoheadrightarrow T$ ens. fcts bijectives

f est bijective si f est injective et surjective



injectif : pas deux x avec le même y
surjectif : chaque y est pointé

ex: $S = T = \{0, 1, 2, \dots, 99\}$

$$mod_{10} = \{(x,y) \mid x \in S \wedge y \in S \wedge x \% 10 = y\}$$

où $x \% k$ est le reste de la division entière de x/k

ex: $56 \% 10 = 6$ ex: $102 \% 10 = 2$ $5 \% 10 = 5$

Fct ? Oui

totale ? Oui

injectif? NON 4

surjectif? NON 99

bijectif? NON