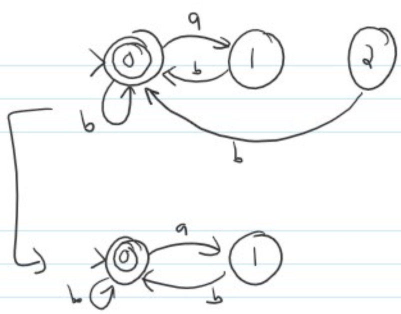
Minimisation d'AFD

9 avril 2024 10:13

spec langage → AFND avec λ → AFND sans λ → AFD → AFD minimisé

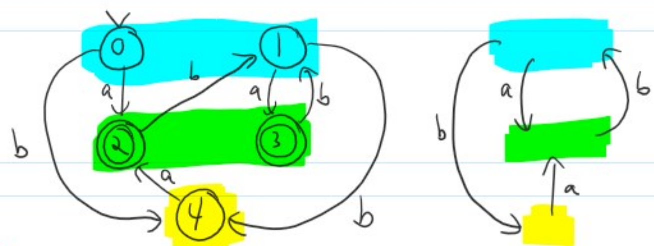
But: réduire le nb d'états d'un AFD au minimum

- Rétirer les états inaccessibles



← inaccessible aucun chemin de q_0 vers l'état

- Combiner les états équivalents



ababa

- On cherche une partition de Q en groupes d'états équivalents.

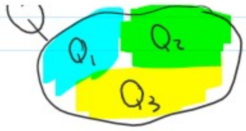
Partition P d'un ensemble Q

P = ensemble de sous-ensembles de Q où chaque $q \in Q$ est présent $\underline{1}$ fois.

$P = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_k\}$ tel que

$Q_1 \cup Q_2 \cup \dots \cup Q_k = Q$ et

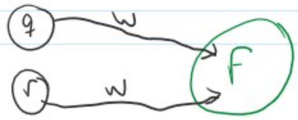
$Q_i \cap Q_j = \emptyset \quad \forall i,j = 1..k$ distincts



- On veut partitionner Q en groupe d'états <u>indistinguables</u>.

Deux états q et r sont indistinguables si
$\forall w \in \Sigma^*$, lire w à partir de q mène à F
$\iff$
lire w à partir de r mène à F

$\forall w$



Dans l'exemple : on peut démarrer avec

$$P = \{ \{0,1,4\}, \{2,3\} \}$$
$$P = \{ Q \setminus F \ , \ F \}$$

Ensuite, on vérifie si :
- $Q \setminus F$ sont indist. par rapport au P actuel ?

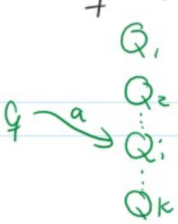
  oui $\to$ ok
  non $\to$ séparer $Q \setminus F$
- même chose avec F
- recommencer tant que requis

- Soit P une partition de Q

$$P = \{ Q_1 , Q_2 , \ldots , Q_k \}$$

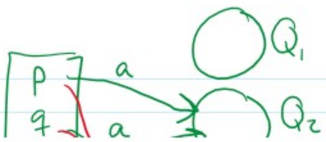
Pour $q \in Q$, on écrit

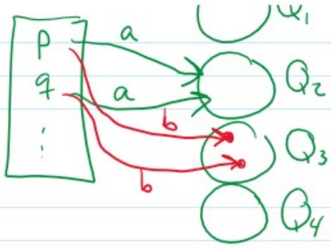
$$q \xrightarrow{a} Q_i \quad \text{si} \quad \exists r \in Q_i \cdot (q,a,r) \in \delta$$



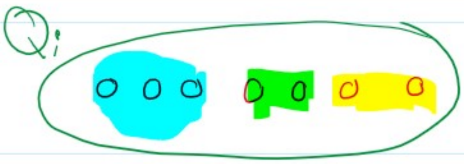
Deux états p et q sont indist. par rapport à P

si $\forall a \in \Sigma$, $p \xrightarrow{a} Q_i \iff q \xrightarrow{a} Q_i$





<u>Théorème</u> : la relation "indistinguables par rapport à P" est une relation équivalence.

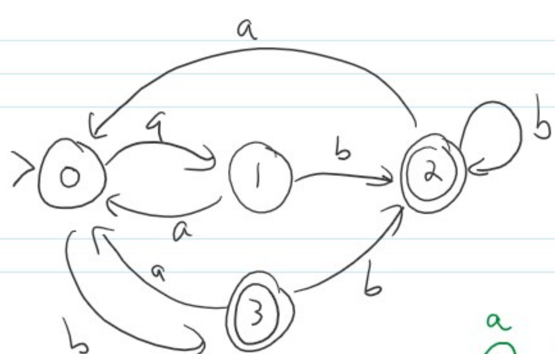


<u>Procédure de minimisation</u>

1) Démarrer avec $P = \{ Q \setminus F, F \}$
2) $P = \{ Q_1, Q_2, \dots, Q_k \}$

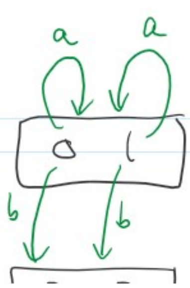
   Pour chaque $Q_i \in P$
   - Soit $\{ Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{ih} \}$ les groupes d'états indistinguables de Q_i selon P.
   - Retirer Q_i de P
   - Ajouter $Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{ih}$ à P
3) si P a été modifié en étape 2)
   alors reprendre l'étape 2)
   sinon
   retourner l'automate minimisé $\langle Q_P, \Sigma, \delta_P, q_{0P}, F_P \rangle$
   où $Q_P = P$

ex :

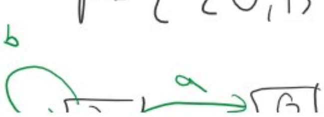


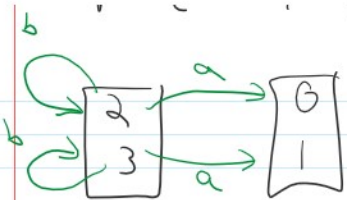
$0 \xrightarrow{a} Q_i$
$1 \xrightarrow{a} Q_i$

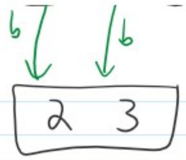
$P = \{ \{0, 1\}, \{2, 3\} \}$



Q_1



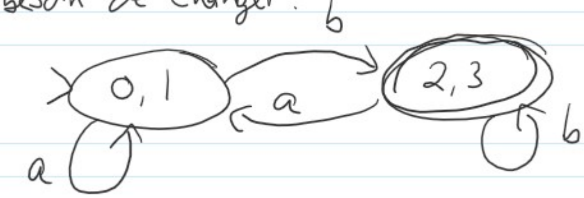


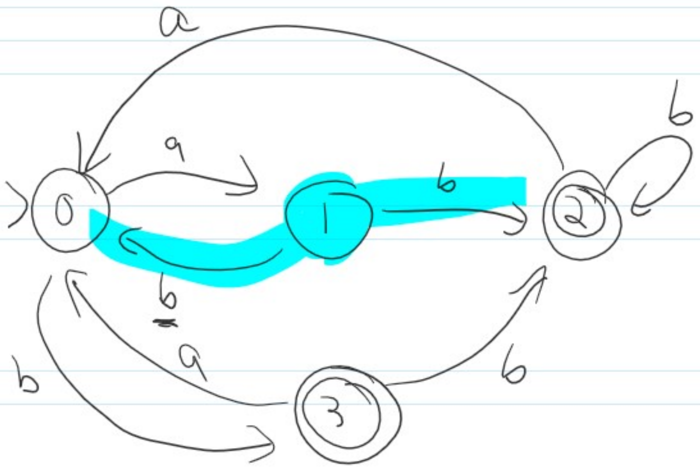


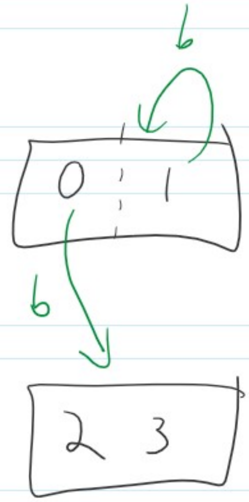
Q_2

P n'a pas besoin de changer.

Sortie







0,1 non-équiv.

P: