

1. a) $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

$\Leftrightarrow (p \vee q) \Rightarrow r$ LP-22 + LP-21

$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee r$ LP-22

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r$ LP-18

$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ LP-12

b) $(p \vee q) \wedge \neg q$

LP-15 *assé*
ok

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)$ LP-12

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \text{faux}$ LP-19

$\Leftrightarrow p \wedge \neg q$ LP-4

$\Rightarrow p$

$\Rightarrow p \vee r$

$A \wedge B \Rightarrow A$

$A \Rightarrow A \vee B$

c) $\neg p \vee (q \wedge (p \vee \neg q))$

$\Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge p \vee q \wedge \neg q)$ LP-12

$\Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge p \vee \text{faux})$ LP-19

$\Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge p)$ LP-4

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee p)$ LP-12

$\Leftrightarrow \neg p \vee q \wedge \text{vrai}$ LP-20

$\Leftrightarrow \neg p \vee q$ LP-3

$\Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$ LP-17

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ LP-21

2. a)

p	q	r	$\neg p \vee r$	$\neg q \vee \neg r$	$q \Rightarrow \neg p$ $= \neg q \vee \neg p$	$(q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow r$ $\neg A \vee r$
0	0	0				0
0	0	1				1
0	1	0				0

0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1

b) 2 (les rangées où les 3 formules sont 1)

c) Oui car il existe au moins un modèle

d) Vrai. Un modèle est une valuation qui satisfait chaque formule. Si cette valuation existe, elle montre que chaque formule est satisfaisable.

e) Faux. Par exemple les formules

$$P$$

$$\neg P$$

sont satisfaisables, mais il n'y a pas de façon de satisfaire les deux à la fois.

3. a)

$$\frac{\frac{p \wedge \neg q}{p}}{p \vee q} \quad [1]$$

$$\frac{\frac{p \wedge \neg q}{p}}{p} \quad [1]$$

$$\frac{(p \vee q) \wedge p}{p \wedge \neg q \Rightarrow (p \vee q) \wedge p} \quad [1]$$

b)

$$\frac{(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r)}{p \vee q} \quad [1]$$

$$\frac{p}{p \vee r} \quad [2]$$

$$\frac{q \wedge (q \Rightarrow r)}{q \Rightarrow r} \quad [3]$$

$$\frac{p \vee r}{p \vee r} \quad [2,3]$$

Erreur commune

$$\frac{p \vee q}{p} \quad \text{Non!}$$

$$\frac{\frac{p \vee q}{p \vee r} \quad \frac{p \vee r}{p \vee r} \quad [2,3]}{p \vee r} \quad [1]$$

$$\frac{p \vee r}{(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \vee r)} \quad [1]$$

c)

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{p \wedge (q \wedge r)}{p} \quad [1]}{p} \quad [3]}{\neg p \vee \neg (q \wedge r)} \quad [2]}{\frac{\frac{p \wedge (q \wedge r)}{(q \wedge r)} \quad [1]}{\neg (q \wedge r)} \quad [4]}{\neg (\neg p \vee \neg (q \wedge r))} \quad [2]}{p \wedge (q \wedge r) \Rightarrow \neg (\neg p \vee \neg (q \wedge r))} \quad [1]$$

4. a) $\exists x \cdot \exists y \cdot (\text{alpha}(x) \wedge \text{alpha}(y) \wedge (\text{plusCourt}(x,y) \vee \text{plusCourt}(y,x)))$

Note: le " $\vee \text{plusCourt}(y,x)$ " n'est pas nécessaire

Note: $\text{diff}(x,y)$ ne veut pas dire longueurs différentes

b) $(\exists x \cdot (\neg \text{num}(x))) \Rightarrow (\exists x \cdot (\text{alpha}(x)))$

c) $\forall x \cdot ((\neg(\exists y \cdot \text{plusCourt}(x,y))) \Rightarrow \text{num}(x))$

ceci veut dire "x est de longueur max"

il y avait plusieurs façons de l'exprimer

d) Le d a disparu, désolé,

e-f-g) • Erreur commune: me donner x, y, z

CE N'EST PAS À VOUS DE CHOISIR x, y, z.

Les \forall et \exists décident des valeurs pertinentes de x, y, z.

• A tpe tme d'... - ... - ... - ... - ... - ... - ... - ... - ... - ...

de x, y, z .

- Autre type d'erreur: donner des chaînes de caractère. Pourquoi faire ça?

e) Vrai: \triangle \square \triangle
 Faux: \triangle \triangle \triangle

f) Vrai: \square \square \triangle } tous médium
 Faux: \square \square \triangle

g) Vrai: \triangle \square \square
 petit médium large
 Faux: \triangle \square \square

exemple de mauvaise réponse

Vrai: \triangle \square \triangle
 x y z

Faux: \triangle \square \triangle
 z y x

$$5. a) \text{SuperAmi} = \{x \mid x \in \text{Personne} \wedge \forall y \cdot (y \in \text{Personne} \wedge x \neq y \Rightarrow (x,y) \in \text{Amis})\}$$

$$b) \text{Connaissance} = \{(x,y) \mid x \in \text{Personne} \wedge y \in \text{Personne} \wedge x \neq y \wedge (x,y) \notin \text{Amis} \wedge \exists z \cdot ((x,z) \in \text{Amis} \wedge (y,z) \in \text{Amis})\}$$

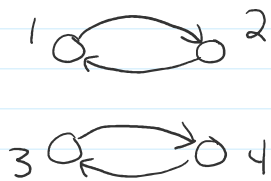
$$c) \text{MemeReseau} = \{(x,y) \mid x \in \text{Personne} \wedge y \in \text{Personne} \wedge (x,y) \notin \text{Amis} \wedge \forall z \cdot ((x,z) \in \text{Amis} \Rightarrow (y,z) \in \text{Amis}) \wedge \forall z \cdot ((y,z) \in \text{Amis} \Rightarrow (x,z) \in \text{Amis})\}$$

$$d) \text{Celebrité} = \{x \mid x \in \text{Personne} \wedge \forall y \cdot (|\{z \mid (x,z) \in \text{Amis}\}| \geq |\{z \mid (y,z) \in \text{Amis}\}|)\}$$

Note: si vos réponses contenaient Alice, Bob, ou Charlie, vous avez 0.

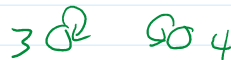
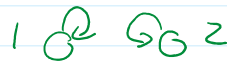
} un \Leftrightarrow était aussi ok

b. a) $R = \{(1,2), (2,1), (3,4), (4,3)\}$



Autre solution

$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$



b) Réflexive = Vrai

Symétrique = Vrai

Transitive = Vrai

// pas facile, mais oui ça l'est

c) La fct est

totale
injective
surjective
bijective

