

# MAT115 - Devoir #1

À remettre le **lundi 29 janvier avant 23h59**.  
Tout retard entraînera jusqu'à 33% de pénalité par jour.

**Pondération.** Ce travail compte pour 4.5% des points de la session.

**Modalités.** Considérez les points suivants.

- Le travail peut être fait seul ou en équipe de deux.
- Le devoir doit être remis en format pdf via turnin. La provenance de votre pdf n'a pas d'importance — ce pdf peut provenir d'un export d'un fichier Word ou d'un fichier texte, d'un scan de vos écrits/dessins, etc.

Il n'y a pas de norme de présentation particulière. Écrivez lisiblement, et assurez-vous que vos noms et CIP apparaissent clairement sur le devoir remis.

- Sauf indication contraire, vous pouvez utiliser les résultats démontrés en classe et dans les solutionnaires d'exercices sans avoir à les démontrer (par exemple, par exemple, vous pouvez utiliser les tables des lois de la logique). Par contre, si vous utilisez de nouveaux résultats, vous devez les démontrer.

**Question 1 : preuves d'équivalence et d'implication (5 × 10 points)**

Démontrez les énoncés suivants. Pour les questions a et b, vos tables doivent, au minimum, inclure les expressions qui apparaissent entre des parenthèses. Pour les questions c, d, e, vous devez justifier chaque étape, par exemple en référant aux entrées des tables des lois de la logique.

- a. Utilisez les tables de vérité pour montrer que  
 $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r) \Leftrightarrow (p \vee \neg r) \wedge (q \vee r)$
- b. Utilisez les tables de vérité pour montrer que  
 $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
- c. Sans utiliser les tables de vérité, montrez que  
 $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
- d. Sans utiliser les tables de vérité, montrez que  
 $p \vee q \wedge \neg(p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$
- e. Sans utiliser les tables de vérité, montrez que  
 $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \Rightarrow p \vee q \wedge \neg(p \wedge q)$   
Vous pouvez utiliser l'équivalence prouvée en d) sans preuve.

**Question 2 : traduction en formule du premier ordre ([7 × 7.2] points)**

Traduisez les phrases suivantes en logique du premier ordre, à l'aide des prédicats Tarski-UdeS. Vous pouvez remettre vos réponses soit avec le symbolisme vu en classe, ou avec le symbolisme défini dans Tarski-UdeS.

- a. Il n'y a pas de pentagone.
- b. Il y a un pentagone de taille medium.
- c. Il y a un objet qui est entre deux autres objets sur une rangée, colonne ou diagonale (voir le prédicat *Between*).
- d. Il existe une colonne qui contient tous les triangles.
- e. Tout triangle est à gauche d'un pentagone.
- f. Il y a un objet qui n'a pas plus qu'un autre objet sur la même colonne.
- g. Pour n'importe quelle paire d'objets distinct de la même taille, on peut trouver deux autres objets qui ont une taille différente.

Notez que pour vérifier que  $x$  et  $y$  sont distincts, il suffit d'écrire  $x \neq y$ , ou bien  $x \neq y$  en Tarski-UdeS. Pour éviter les problèmes de priorité des opérateurs, je suggère de toujours mettre  $(x \neq y)$  entre parenthèses.