Max-indset tw
1 décembre 2021 19:50

$M[B_i, c_i]$ = taille max d'un ensemble indép. $I \subseteq G(B_i)$ tel que $I \cap B_i = c_i^{vert}$

Algo complet:

indset tw $(G=(V,E), T=(V_T, E_T))$
  M = tableau de dimension $|V_T| \times 2^{tw(G)}$
n pour $B_i \in V_T$ en post-ordre
2^{tw} pour chaque coloriage c_i de B_i
      si B_i = feuille
        $M[B_i, c_i] = \begin{cases} -\infty & \text{si } c_i^{vert} \text{ n'est pas indépendant} \\ |c_i^{vert}| & \text{sinon} \end{cases}$
      sinon
n pour chaque B_j enfant de B_i
          best = $-\infty$
2^{tw} pour chaque coloriage c_j de B_j
            si c_j^{vert} pas indep. ou si c_j pas compatible avec c_i
              continue
            best = max (best, $M[B_j, c_j] - |c_i^{vert} \cap c_j^{vert}|$)
          fin pour
          $M[B_i, c_i]$ += best
        fin pour
      fin si
  fin pour
  return $\max_{c_r} M[B_r, c_r]$ où r = racine

$$\boxed{M[B_i, c_i] = |c_i^{vert}| + \sum_{B_j} \max_{c_j} \left(M[B_j, c_j] - |c_i^{vert}| \cap |c_j^{vert}| \right)}$$

Complexité : $O(n \cdot 2^{tw} \cdot n \cdot 2^{tw}) = O(n^2 \, 2^{2tw})$

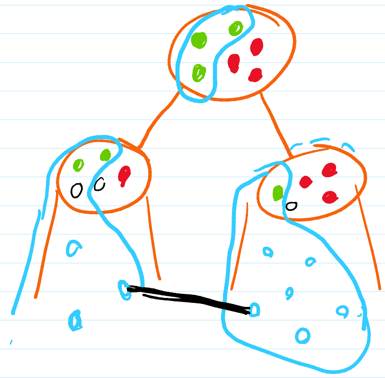
Pourquoi cette récurrence est-elle correcte ?

$$M[B_i, c_i] = |c_i^{vert}| + \sum_{B_j} \max_{\substack{c_j \\ \text{compatible } c_i}} \left(M[B_j, c_j] - |c_i^{vert}| \cap |c_j^{vert}| \right)$$

B_j compatible C_i

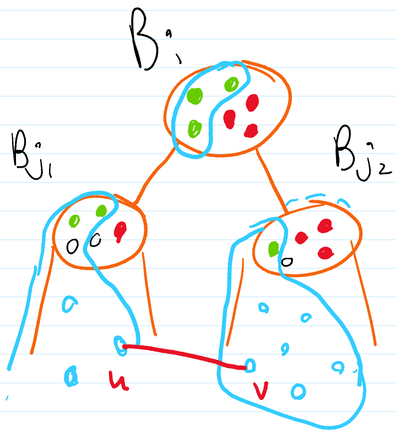
Ceci correspond à

- Prendre les C_i^{vert} de B_i
- Pour chaque enfant B_j, ajouter la meilleure sol. de $G(B_j)$ (qui a les mêmes verts que c_i dans $B_i \cap B_j$)



Pourquoi est-ce que ceci produit un ens. indépendant I?
Supposons qu'il $\exists u,v \in I$ tel que $uv \in E(G)$.

- Ceci serait parce qu'il y a j_1, j_2 tel que $u \in G(B_{j_1})$, $v \in G(B_{j_2})$ et que notre union a créé une arête accidentelle.



Trop long. Exercice!

Soit $u \in G(B_{j_1}) \setminus B_i$ et $v \in G(B_{j_2}) \setminus B_i$. Alors $uv \notin E(G)$.