Algos gloutons

21 septembre 2021 14:17

Principe : algoGlouton(X)

  S = ∅

  tant que S n'est pas une sol faisable

   ajoute à S l'elt le plus "prometteur" maintenant

  return S

SET-COVER

<u>Entrée</u> : univers $U = \{u_1, \dots, u_n\}$, ensembles $S = \{S_1, \dots, S_m\}$

<u>Sortie</u> : $S' \subseteq S$ qui minimise $|S'|$ t.q.

$$\bigcup_{S_i \in S'} S_i = U.$$

setcoverGlouton(U, S)

  $S' = \emptyset$

  $R = U$ // restant à couvrir

  tant que $R \neq \emptyset$

   Trouver $S_i \in S$ qui maximise $|S_i \cap R|$

   S'.insert(S_i)

   $R = R \setminus S_i$

  return S'

Thm: setCover Glouton est une $O(\log n)$-approximation.

$\Rightarrow \exists c$ t.q. pour n assez grand, c'est une $c \cdot \log n$-approx. ($n = |U| = \#$ elts)

$$APP \leq c \cdot \log n \cdot OPT$$

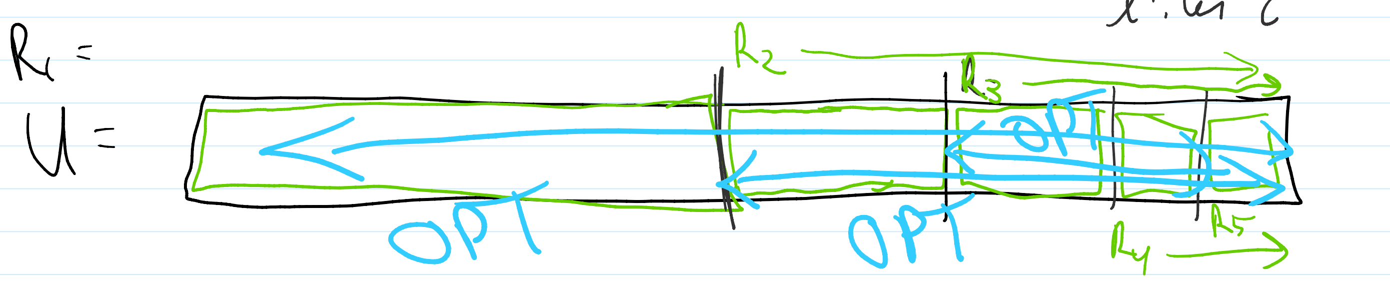
Preuve: soit S' la sol retournée par l'algo et soit S^* une sol. opt. ($APP = |S'|$, $OPT = |S^*|$)

Soit R_1 le # d'elts restant à couvrir au début de l'iter. 1

Soit R_2 le # d'elts " " " au début de l'iter 2

...

Soit R_i le # d'elts " " " au début de l'iter i



On va chercher le i tel que $|R_i| \leq 1$.

Ce i nous donne le # d'itérations faites par glouton.

- Pour une itération i donnée, on remarque qu'il est possible de couvrir R_i avec OPT ensembles qu'il est possible de couvrir R_i avec OPT ensembles (car $R_i \subseteq U$)

- Ceci implique qu'à la i-ème itération, $\exists S_i \in S$ tel que $|S_i \cap R_i| \geq \frac{|R_i|}{OPT}$